Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit

Beispielsammlung 3

Themen:

Zufallsvariable
Wahrscheinlichkeitsverteilung
Erwartungswert
Standardabweichung

Es liegen „fast“ keine Binomialverteilungen vor

Datei Nr. 31312

Stand: 2. Februar 2019

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

https://mathe-cd.de

Wichtige Hinweise zur Schreibweise von Ereignissen

Das Ziehen von Karten aus einem Stapel, das mehrfache Würfeln nacheinander, oder das Ermitteln von Buchstaben nacheinander, aus denen man dann ein Wort bildet usw. sind mehrstufige Experimente. Weil es dabei auf die Reihenfolge der einzelnen „Ziehungen" ankommt, muss man auch durch die Schreibweise ausdrücken, dass die Reihenfolge durch das Ziehen festgelegt und nicht verändert werden darf. Dazu gibt es verschiedene Schreibweisen.

Die gebräuchlichste sind die geordneten Paare, Tripel usw.

a) Man zieht aus einem Kartenstapel der Reine nach Karten mit den Farben rot, schwarz, rot. Dann drückt man dieses Ergebnis durch das Tripel (r,s,r) aus. Günstiger sind meist die Schreibweisen $(r;s;r)$ oder $(r\,|\,s\,|\,r)$, vor allem dann wenn man statt Buchstaben Zahlen hat, um nicht das Dezimalkomma zu verwechseln. Man kann aber auch – wenn keine Verwechselungsgefahr besteht die Buchstaben zu einem Wort aneinanderfügen und dieses Ziehungsergebnis durch rsr ausdrücken.
Falsch sind jedoch die Schreibweisen $\{r,s,r\}$ oder $\{r;s;r\}$, denn sie stellen eine Menge mit drei
Elementen dar, und in ihr darf man die Elemente vertauschen und muss sogar doppelte weglassen. Somit gilt hier $\{r,s,r\} = \{r,r,s\} = \{r,s,r\} = \{r,s\} = \{s,r\}$.

b) Beispiel 1: Aus einem Stapel mit 6 Karten, auf denen die Buchstaben A,B,E,M,U,S aufgedruckt sind, werden 4 Karten zufällig entnommen und nach jedem Zug wieder zurückgelegt. Man notiert die gezogenen Buchstaben und bildet daraus ein Wort.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei dreimaligem Ziehen von 4 Karten dieses Ereignis:
$E = \{maus, saum, mumm, baum\}$?
Hier bewährt sich die abkürzende Schreibweise gegenüber der gebräuchlichsten Form:
$E = \{(m;a;u;s),(s;a;u;m),(m;u;m;m),(b;a;u;m)\}$
Man darf nur nicht das Ziehungsergebnis „saum" in der Form $\{s;a;u;m\}$ schreiben, dann jetzt ist die Reihenfolge der Ziehungen nicht mehr festgelegt, denn es gilt ja:
$\{s;a;u;m\} = \{m;a;u;s\} = \{a;u;m;s\} = \ldots$

c) Beispiel 2: Aus drei Würfelergebnissen kann man jeweils eine dreistellige Zahl bilden:
$A = \{115;666;254;515;246\}$. Dies war ein Ergebnis von fünf Dreierwürfen.
Hier wird auch klar, dass man in $\{2,3;4\}$ nur zwei Ergebnisse stehen, nämlich die Zahl 2,3 und die Zahl 4!

Aufgaben

3.1 Berechne den zu erwartenden Mittelwert der Augenzahlen bei einem Wurf mit einem

a) idealen Würfel

b) Würfel der Abb. 1

c) Würfel der Abb. 2

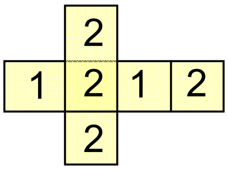


Abb. 1

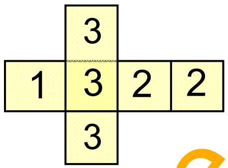


Abb. 2

3.2 Beim Werfen von zwei idealen Würfeln erhält man 36 Zahlenpaare (1.Würfel | 2.Würfel)

Y sei die Zufallsvariable „Unterschied der beiden Augenzahlen".

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse:

Ereignis	Y	P(Y=y)
(1|1);(2|2);(3|3);(4|4);(5|5);(6|6)	0	$\frac{6}{36}$
(1|2);(2|3);(3|4);(4|5);(5|6); (2|1);(3|2);(4|3);(5|4);(6|5)	1	$\frac{10}{36}$
(1|3);(2|4);(3|5);(4|6);(3|1);(4|2);(5|3);(6|4)	2	$\frac{8}{36}$
(1|4);(2|5);(3|6);(4|1);(5|2);(6|3)	3	$\frac{6}{36}$
(1|5);(2|6);(5|1);(6|2)	4	$\frac{4}{36}$
(1|6);(6|1)	5	$\frac{2}{36}$

Berechne den Erwartungswert für die Zufallsgröße Y.

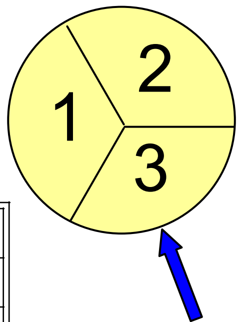
Interpretiere seine Bedeutung.

Welche Werte hat die Verteilungsfunktion F von Y?

Bestimme damit $P(X \le 3)$ und $P(Y \le 2)$

3.3 Nebenstehendes Glücksrad wird dreimal gedreht. X sei die Zufallsvariable „Summe der Ergebniszahlen bei drei Drehungen."

Ergänze die folgende Tabelle:



X =	3	4	5	6	7	8	9
Wkt.							
Vert.-Funkt.							

Berechne den Erwartungswert für die Summe.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Summe höchstens 7 bzw. mindestens 5?

3.4 Für ein Experiment mit einer Zufallsvariablen X gelte folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

X	Wahrscheinlichkeit
0	0,05
1	0,12
2	0,25
3	0,30
4	0,18
5	0,06
6	0,04

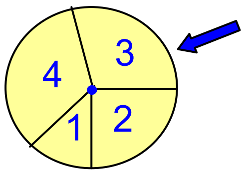
Berechne Erwartungswert und Standardabweichung.

Ergänze die Tabelle durch eine Spalte für die Verteilungsfunktion.

3.5 Gegeben ist eine Verteilungsfunktion F durch diese Tabelle.

Berechne daraus die Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung f(x).

x	F(x)
0	0,23
1	0,35
2	0,68
3	0,85
4	1



3.6 Die Innenwinkel von nebenstehendem Glücksrad sind

$\alpha(1) = 30^O$, $\alpha(2) = 90^O$, $\alpha(3) = 108^O$ und $\alpha(4) = 132^O$

a) Berechne die Verteilung f der Wahrscheinlichkeiten für die Zahlen 1 bis 4.

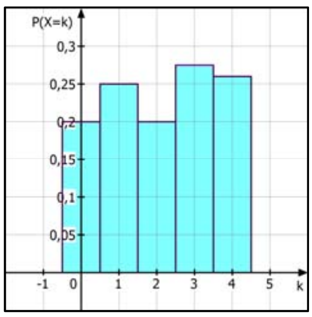
b) Berechne die Werte der zugehörigen Verteilungsfunktion F.

Erkläre die Bedeutung von $F(3)$.

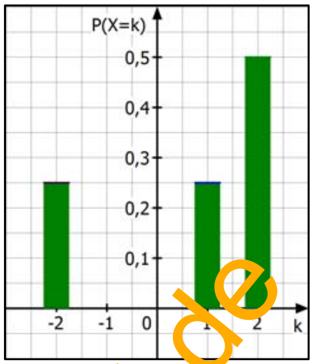
c) Es sei X die nach einer Drehung angezeigte Zahl. Berechne mittels der Verteilungsfunktion F die Wahrscheinlichkeiten: $P(X \geq 3)$ und $P(1 < X < 4)$

3.7 Aus einem Kartenstapel, der 3 rote und 5 blaue Karten enthält, werden der Reihe nach 5 Karten gezogen und nicht mehr zurückgelegt. X sei die Anzahl der gezogenen roten Karten. Stelle die Wertetafel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Verteilungsfunktion von X auf.

3.8 Begründen Sie, dass es sich nicht um die graphische Darstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung handelt.



3.9



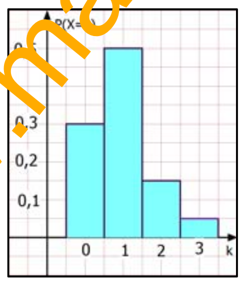
Für ein Zufallsexperiment wird eine Zufallsgröße X festgelegt, welche die drei Werte -2, 1 und 2 annehmen kann.

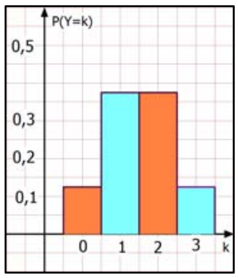
In der Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.

a) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

b) Das Zufallsexperiment wird zweimal durchgeführt. Dabei wird jeweils der Wert der Zufallsgröße X notiert.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe dieser beiden Werte negativ ist.

3.10



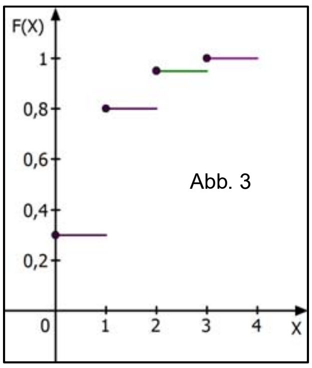


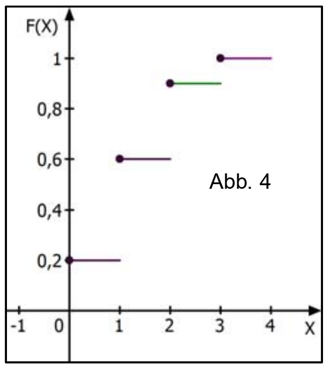
Gegeben sind zwei Säulendiagramme der Wahrscheinlichkeitsverteilungen von zwei Zufallsvariablen X und Y.

a) Entscheiden Sie, von welcher der Zufallsvariablen Z_1, Z_2 oder Z_3 die Wahrscheinlichkeitsverteilung dargestellt worden ist, und von welchen nicht. Begründen Sie ihre Entscheidung.
Z_1: Anzahl der Einsen beim dreimaligen Würfeln eines idealen Würfels.
Z_2: Anzahl des Ereignisses „Zahl“ beim zweimaligen Werfen einer idealen Münze.
Z_3: Anzahl der roten Kugeln beim dreimaligem Ziehen mit Zurücklegen einer Kugel aus einer Urne mit 4 roten und 4 schwarzen Kugeln.

b) Berechne den Erwartungswert und Standardabweichung von Z_3.

c) Welche der Zufallsvariablen X und Y gehört zu der in Abb. 3 und 4 dargestellten Verteilungsfunktion. Erstelle zu der anderen ein Histogramm.





3.11

Eine Aufgabe eines Einstellungstests besteht aus drei voneinander unabhängigen Fragen A, B und C. Die Erfahrung zeigt, dass die Fragen mit durchschnittlich diesen relativen Häufigkeiten beantwortet worden sind:

Frage A: $\frac{3}{4}$, Frage B: $\frac{1}{2}$, Frage C: $\frac{1}{3}$

Die Zufallsgröße X beschreibe die Anzahl der richtig beantworteten Fragen.
Ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung ist in der Tabelle unvollständig dargestellt.

k	0	1	2	3
$P(X=k)$		$\frac{3}{8}$		

a) Bestimme die fehlenden Wahrscheinlichkeiten der Tabelle.

b) Berechne den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretiere ihn.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E: „Höchstens eine Frage wird falsch beantwortet“.

3.12

Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch.

a) Peter dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt die aufgedeckt liegen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse;
A: Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch.
B: Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch.

b) Die neun Spielkarten werden gemischt und erneut verdeckt ausgelegt.
Laura dreht nun so lange Karten um und lässt sie aufgedeckt auf dem Tisch liegen bis ein Ass erscheint. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der aufgedeckten Spielkarten an. Welche Werte kann X annehmen? Berechnen Sie $P(X \leq 2)$.

3.13

Bei einem Zufallsexperiment wird eine ideale Münze so lange geworfen, bis zum zweiten Mal Zahl (Z) oder zum zweiten Mal Wappen (W) oben liegt.
Als Ergebnismenge wird festgelegt: $\{ZZ, WW, ZWZ, ZWW, WZZ, WZW\}$.

a) Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment kein Laplace-Experiment ist.

b) Die Zufallsgröße X ordnet jedem Ergebnis die Anzahl der entsprechenden Münzwürfe zu.
Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

3.14 Ein Händler hat ein Sonderangebot an Kopfhörern eingekauft. Er muss dabei mit 20% Ausschuss rechnen, weshalb er nur einen Einkaufspreis von 12 € entrichten musste. Zu welchem Preis muss er sie mindestens verkaufen, wenn er im Mittel pro Kopfhörer 4 € verdienen will, defekte Geräte jedoch zurücknehmen muss.

3.15 **GEWINNOPTIMIERUNG**:

In einem gut besuchten Ferienort bekommt ein Zeitungsshop montags einige Exemplare der Computerzeitschrift WINPLUS geliefert. Er bezahlt pro Exemplar 2,5 € und verkauft sie für 4 €. Nichtverkaufte Hefte werden nicht zurückgenommen. Im Laufe der Zeit hat er folgende Wahrscheinlichkeiten ermittelt:

Anzahl X der verlangten Hefte	0	1	2	3	4
Wahrscheinlichkeit $P(X=x_i)$	0,05	0,2	0,4	0,25	0,1

Wie viele Exemplare WINPLUS muss er wöchentlich einkaufen, damit er einen möglichst großen Gewinn erwarten kann?

3.16 Ein Laplace-Würfel wird so lange geworfen, bis entweder eine 6 erscheint oder viermal nacheinander keine 6. Die Zufallsgröße Z sei die Anzahl der dazu nötigen Würfe.

a) Gib die Ereignisse E_i zu $Z = i$ an.
b) Bestimme die Wahrscheinlichkeitsfunktion von Z
c) Berechne der Erwartungswert von Z.

3.17 Bei CD-Playern kommt es darauf an, dass die Drehzahl möglichst konstant bleibt. Die Antriebsmotoren zweier Firmen A und B werden getestet. Dabei werden die Abweichungen vom Sollwert in 4 Stufen angegeben. Man ermittelt folgende Tabelle:

Abweichungsgrad	0	1	2	3
Firma A	0,70	0,20	0,06	0,04
Firma B	0,76	0,04	0,20	0

Berechne den Erwartungswert des Abweichungsgrades der Firmen und die Standardabweichungen. Welche Firma liefert die besseren Antriebsmotoren?

3.18

Flaschen werden in zwei Abfüllanlagen maschinell befüllt. Die Einhaltung der angestrebten Füllmenge von 700 ml soll überprüft werden, dazu wurden je 7 Flaschen der laufenden Produktion entnommen und deren Inhalt gemessen.

Anlage A	716 ml	692 ml	712 ml	702 ml	706 ml	701 ml	714 ml
Anlage B	707 ml	695 ml	726 ml	684 ml	688 ml	711 ml	692 ml

a) Ermitteln Sie für beide Abfüllanlagen jeweils das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Füllmengen.

b) Flaschen, deren Füllmengen um mehr als 20 ml von der angegebenen Füllmenge abweichen, werden aussortiert. Langfristige Beobachtungen haben ergeben, dass dies bei 0,1 %aller abgefüllten Flaschen der Fall ist.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A: Genau 3 von 1 000 abgefüllten Flaschen werden deshalb aussortiert.

B: Weniger als 3 von 1000 abgefüllten Flaschen werden deshalb aussortiert.

Gewinnerwartung bei Spielen

3.20 Bei einem Glücksspiel gilt diese Tabelle. Berechne den zu erwartenden Gewinn.

Gewinn	20 €	10 €	1 €	0 €
Wahrscheinlichkeit	5%	20%	35%	40%

3.21 Mit zwei idealen Würfeln wird folgendes Spiel veranstaltet:
Nach einem Einsatz von 2 € wird einmal mit beiden Würfeln geworfen.
Erzielt man einen Pasch (zwei gleiche Zahlen), erhält man 5 € ausbezahlt, bei der Augendifferenz 5 gleich 10 € und bei der Augendifferenz 1 erhält man seinen Einsatz zurück.

Berechne die Erwartungswerte für Auszahlung und Reingewinn.
Bei welchem Einsatz ist das Spiel fair?

3.22 Eine ideale Münze trägt Wappen (W) und Zahl (Z). Diese Münze wird geworfen.

Erscheint Z, ist das Spiel beendet. Bei W darf aber nochmals geworfen werden.
Nach 4 Würfen ist das Spiel endgültig beendet.

Gewinnplan: Bei 4 Wappen werden 5 € ausbezahlt,
bei 3 Wappen 2 € und
bei 1 Wappen 1 €.

Welchen Einsatz muss der Veranstalter verlangen, damit er durchschnittlich mit 50 Cent Reingewinn pro Spiel rechnen kann?

3.23 Ein idealer Würfel trägt 3 Einser, 2 Zweier und 1 Sechs. Der Einsatz beträgt 1 €.

Man würfelt zweimal. Für jede 1 muss man 1 € nachbezahlen, für eine 2 erhält man 1 € ausbezahlt und bei einer 6 2 €. Mit welchem Gewinn kann der Spieler rechnen?

3.24 Ein Glücksrad enthält 10 gleichwahrscheinliche Sektoren, auf denen 4 Einser, 3 Zweier, 2 Dreier und 1 Vier stehen.

Bei einem Einsatz von 50 Cent wird das Rad dreimal gedreht.
Ergibt sich dabei eine Drei wird 1 € ausbezahlt, und bei einer Vier sind es 2 €.
Berechne die Gewinnerwartung des Spielers.

3.25 Bei einem Glücksspiel werden 20 € als „Vermögen" auf den Tisch gelegt. Dann wird mit einem idealen Würfel dreimal gewürfelt.

Erscheint eine ungerade Zahl, verdoppelt der Veranstalter das Vermögen.

Bei einer geraden Zahl halbiert er es.

Welches Vermögen ist nach dreimaligem Würfeln zu erwarten?

3.26 Für ein Schulfest hat die Klasse 12 einen Spielstand errichtet. Dort kann man mit zwei idealen Würfeln spielen. Der Einsatz soll 1 € betragen.

Erzielt man einen Pasch oder ist die Augensumme 10, 11 oder 12, dann gewinnt man. Berechne, wie viel man als Gewinn auszahlen muss, wenn

a) das Spiel fair sein soll,

b) die Klasse 20 % Gewinn für sich behalten will.

3.27 Ein Glücksspiel: Der Spieler leistet 1 € Einsatz, darf eine der Zahlen 1, 2, ... , 6 nennen und dann 3 Würfel werfen. Zeigt mindestens einer der Würfel seine Zahl, so erhält er seinen Einsatz zurück und außerdem für jeden Würfel, der seine Zahl zeigt, 1 € Gewinn. Erscheint seine Zahl nicht, so verfällt der Einsatz.

Bestimme den Erwartungswert der Zufallsgröße Gewinn X.

3.28 Ein Automat hat drei Räder, die sich unabhängig voneinander drehen. Beim Stillstand wird dann eine dreistellige Zahl angezeigt, wobei die 1. Ziffer vom 1. Rad stammt (es enthält diese 10 Ziffern: 1-5-1-2-1-2-2-1-1-2, die 2. Ziffer vom 2. Rad mit 1-2-5-3-1-4-2-3-4-5, die 3. Ziffer vom 3. Rad mit 1-5-1-2-3-1-1-2-1-4.

Folgender Gewinnplan ist einprogrammiert:

Auszahlung 20 Cent für 111 und 131

1 € für 113, 222 und 242

sowie 2 € für 515 und 555.

Berechne den zu erwartenden Gewinn.

3.29 Es wird mit zwei Laplace-Würfeln gewürfelt. Bei 4 € Einsatz gelte folgender Gewinnplan. X sei die Zufallsvariable **Auszahlung** in EURO:

Augensumme	X
Gerade Primzahl	9
Ungerade Primzahl	5
Gerade Nicht-Primzahl	3
Ungerade Nicht-Primzahl	0

a) Stelle eine Wertetabelle für die Zufallsgröße Reingewinn Y auf.

b) Stelle eine Wertetabelle für die Wahrscheinlichkeitsfunktion von Y auf.

c) Berechne den Erwartungswert von Y.

3.30 In einer Urne liegen vier Kugeln. Sie tragen die Zahlen 1, 2, 3 bzw. 4.

a) Es dürfen k Kugeln ($1 \le k \le 4$) ohne Zurücklegen herausgenommen werden.
Die Summe der auf den Kugeln stehenden Zahlen wird als Gewinn in € ausbezahlt.
Stelle die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsgrößen G_k = Gewinn bei Entnahme von k Kugeln auf. Berechne jeweils die Erwartungswerte.

b) Löse dieselbe Aufgabe für den Fall k = 2, aber mit Zurücklegen.
Berechne den Erwartungswert.

3.31 In einer Urne U befinden sich 4 weiße und 6 schwarze Kugeln.

Bei folgendem Glücksspiel verlangt der Veranstalter einen Einsatz von 2 €.
Aus der Urne U darf man dann eine Kugel ziehen. Ist diese weiß, erhält der Spieler 4 € ausbezahlt. Welchen Gewinn erzielt der Veranstalter pro Spiel auf lange Sicht?

Das Glücksspiel soll wie folgt abgeändert werden:
Vor der Ziehung werden der Urne U mit den 10 Kugeln n weiße Kugeln hinzugefügt.
Der Spieler muss aber für jede hinzugefügte Kugel zusätzlich 1 € pro Spiel einsetzen.

Zieht der Spieler dann eine weiße Kugel, werden 10 € an ihn ausbezahlt.
Für welches n ist für den Veranstalter die Gewinnerwartung positiv?

3.32 Rainer und Sigrid tragen einen Wettbewerb in mehreren Runden aus.

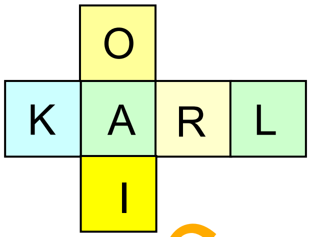
Sie werfen auf ein Ziel und treffen dabei erfahrungsgemäß mit den Wahrscheinlichkeiten $p_R = \frac{3}{8}$ und $p_S = \frac{9}{10}$. In jeder Runde beginnt Rainer. Sie werfen abwechselnd **so lange, bis** ein Treffer erzielt wird, jeder wirft jedoch höchstens 2-mal. Wer trifft hat die Runde gewonnen; wird das Ziel nicht getroffen, endet die Runde unentschieden.

Y sei die Zufallsvariable für die Anzahl der Würfe in einer Runde.
Ermittle die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y.
Berechne die mittlere Zahl der Würfe je Runde, wenn viele Runden gespielt werden.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Rainer eine Runde?

3.33 Beim Spielen mit einem Würfel stellt man fest, dass die Augenzahl 1 mit der Wahrscheinlichkeit 0,2 und die 6 mit 0,1 auftritt, während die anderen Zahlen gleichwahrscheinlich sind.
Ulli und Elke führen mit diesem Würfel folgendes Spiel durch:
Ulli legt k € auf den Tisch (k > 4) und würfelt zweimal. Für jeden der beiden Würfe gilt:

Fällt eine 6, muss Elke den auf dem Tisch liegenden Geldbetrag durch Zuzahlen verdreifachen.
Würfelt Ulli eine 1, darf Elke 2 € vom Tisch nehmen.
Bei jeder anderen Zahl erhält Elke 1 € vom Tisch.
Am Ende des Spiels erhält Ulli den auf dem Tisch liegenden Restbetrag.
Wie groß muss der Einsatz k sein, damit das Spiel fair bleibt.

3.34 Ein idealer Würfel besitzt nebenstehendes Netz.



Elke und Carolin spielen mit ihm gemäß dieser Regel:

Elke zahlt 1 € Einsatz, Carolin 1,25 €. Jede würfelt einmal.

Gewinnplan:

(1) Wirft jede einen Vokal, erhält Carolin beide Einsätze.
(2) Tritt nur ein Vokal auf, erhält jede ihren Einsatz zurück.
(3) Werden nur Konsonanten geworfen, darf Carolin nochmals würfeln.
Tritt dann ein Vokal auf, erhält Carolin beide Einsätze.
Bei einem Konsonanten gehen jedoch beide Einsätze an Elke

Ist dieses Spiel fair?

3.35 In einer Urne befinden sich 9 Kugeln, die von 1 bis 9 durchnummeriert sind.

a) Bei einem Glücksspiel werden aus dieser Urne nacheinander drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

Bei einem Einsatz von 0,4 € gibt es folgende Auszahlungen:

1 € für eine 1, 2 € für zweimal 1 und 4 € für dreimal 1.
Sonst ist der Einsatz verloren.

Mit welchem Gewinn kann ein Spieler rechnen?

b) Romy und Sarah benutzen die Urne zu einem anderen Spiel.
Romy legt 2 € auf den Tisch und S zieht eine Kugel aus der Urne und legt sie wieder zurück. War die Nummer der Kugel gerade, muss Sarah den Tischbetrag verdoppeln, andernfalls darf er die Hälfte wegnehmen. Dies wird zweimal nacheinander praktiziert. Dann erhält Romy den auf dem Tisch übrig gebliebenen Betrag.

Wie viel gewinnt Romy durchschnittlich?

c) Das Spiel in b) soll fair bleiben. Wie müssen die Wahrscheinlichkeiten für Verdoppeln bzw. halbieren dann sein und wie kann man den Urneninhalt verändern, so dass dieses auch eintritt?

3.36 Ein Kartenstapel besteht aus 6 schwarzen und einer roten Karte. Daraus wird zufällig eine Karte gezogen. Ist diese rot, wird sie zurückgelegt. Eine schwarze Karte wird dagegen durch eine rote Karte ersetzt.

a) Nun wird so lange gezogen, bis eine rote Karte erscheint.
Mit wie viel Ziehungen muss man rechnen?

b) Eine Spielbank verlangt für ein Spiel k € Einsatz und lässt dann nach geschilderter Art dreimal ziehen. Der Gewinnplan sieht vor:
Für drei rote Karten gibt es 100 €, für zwei rote noch 5 €, für eine noch 2 €.
Zieht man keine rote Karte wird nichts ausbezahlt.
Ab welchem Einsatz gewinnt langfristig die Bank?

3.37 Ein Glücksrad trägt die Zahlen 2 und 5, die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_2 = p$ und $p_5 = 1 - p$ auftreten. Wie muss p gewählt werden damit folgendes Spiel fair wird:

Das Rad wird bei einem Einsatz von 1 € zweimal gedreht. Erscheint zweimal 5, werden 2 € ausbezahlt, für zweimal 2 gibt es 1 €, sonst nichts.

3.38 In einer Schaltung mit 6 Transistoren ist genau einer defekt. Um ihn herauszufinden führt man entweder lauter Einzeltests durch oder man testet zunächst 3 Transistoren gemeinsam (Modultest) und entscheidet mit anschließenden Einzeltests.
Bei welchem Verfahren sind im Schnitt weniger Tests zu erwarten?

Ein Modultest kostet 2,70 €, ein Einzeltest 1,50 €.
Mit welchen Kosten ist im Schnitt bei diesen Verfahren zu rechnen?

Betrachte auch noch den Fall, dass aus den 6 Transistoren 3 Module zu je 2 Transistoren gebildet werden.

Lösungen

gibt es auf der Mathe-CD